

Задание

Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 6 \text{ кВ}$, влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30^\circ$ к направлению поля и начинает двигаться по винтовой линии. Индукция магнитного поля $B = 1.3 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}$.

Найти:

- 1) радиус витка винтовой линии;
- 2) шаг винтовой линии.

Дано:

$$U = 6 \text{ кВ} = 6000 \text{ В},$$

$$\alpha = 30^\circ,$$

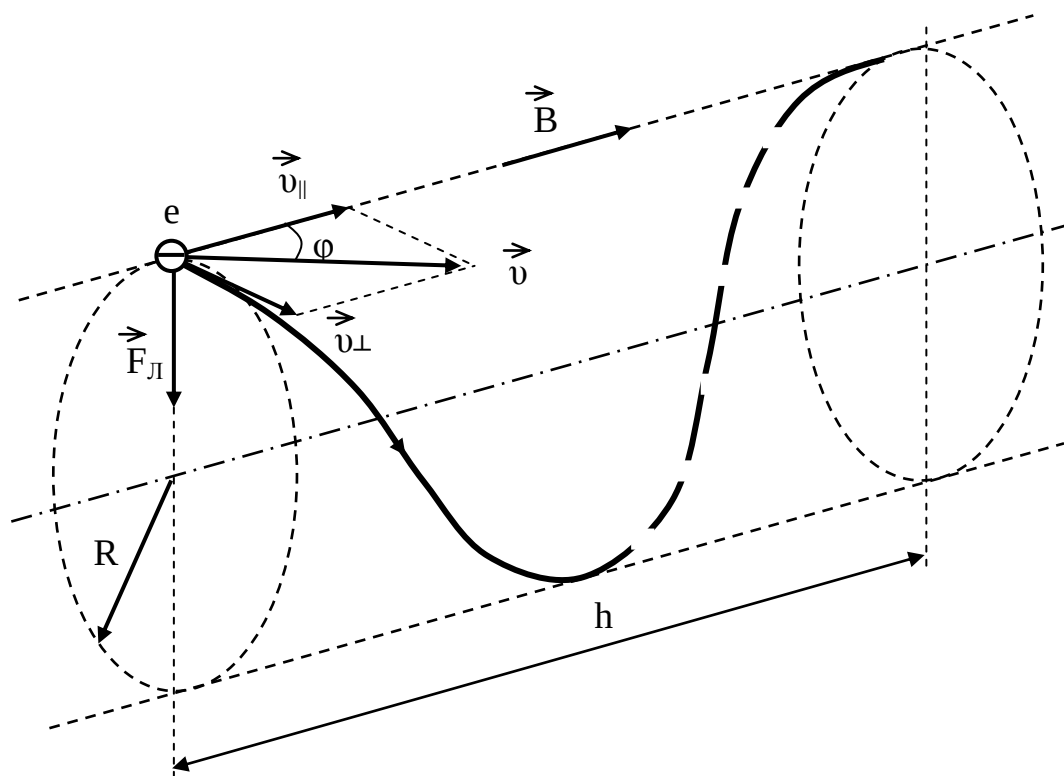
$$B = 1.3 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}.$$

Найти:

R, h .

Решение.

Электрон будет двигаться по винтовой линии, если он влетает в однородное магнитное поле под некоторым углом ($\alpha \neq \pi/2$) к линиям магнитной индукции. Разложим, как показано на рисунке, скорость $\vec{v}$ электрона на две составляющие: параллельную вектору $\vec{B}$ ($\vec{v}_{\parallel}$) и перпендикулярную ему ($\vec{v}_{\perp}$).



Скорость $\vec{v}_{\parallel}$ в магнитном поле не изменяется и обеспечивает перемещение электрона вдоль силовой линии. Скорость $\vec{v}_{\perp}$ в результате действия силы Лоренца $\vec{F}_L$ будет изменяться только по направлению ($\vec{F}_L \perp \vec{v}_{\perp}$).

Таким образом, электрон будет участвовать одновременно в двух движениях: равномерном перемещении со скоростью $\vec{v}_{\parallel}$ и равномерном движении по окружности со скоростью $\vec{v}_{\perp}$.

На заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле, действует сила Лоренца, определяемая по формуле

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}\vec{B}],$$

где q - заряд частицы, B - магнитная индукция поля, v - скорость частицы. Величина силы Лоренца для электрона

$$F_L = evB \sin \alpha,$$

где $e = |q| = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ - величина заряда электрона, α - угол между векторами скорости и магнитной индукции.

Сила Лоренца сообщает частице нормальное ускорение

$$a_n = \frac{v_{\perp}^2}{R} = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{R}$$

По второму закону Ньютона $F_L = ma_n$, или

$$evB \sin \alpha = m \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{R}$$

Откуда радиус окружности

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{eB}$$

Скорость электрона определим из выражения для кинетической энергии электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U

$$\frac{mv^2}{2} = eU \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2eU}{m}},$$

где $m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ - масса электрона.

С учетом скорости

$$R = \frac{m \sin \alpha}{eB} \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \frac{\sin \alpha}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}}$$

Найдем шаг винтовой линии.

За время, равное периоду обращения, электрон пройдет вдоль силовой линии расстояние, равное шагу винтовой линии, то есть $h = Tv_{\parallel}$. Но

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}}$$

Тогда

$$h = 2\pi R \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} = 2\pi R \frac{v \cos \alpha}{v \sin \alpha} = 2\pi R \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

С учетом найденного радиуса шаг равен

$$h = 2\pi \frac{\sin \alpha}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}} \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2\pi \cos \alpha}{B} \sqrt{\frac{2mU}{e}}$$

Проверяем размерность полученных формул

$$[R] = [h] = \frac{1}{T_l} \sqrt{\frac{\kappa \varepsilon \cdot B}{K_l}} = \frac{A \cdot M}{H} \sqrt{\frac{\kappa \varepsilon}{K_l \cdot B} \cdot B^2} = \frac{A \cdot B \cdot M}{H} \sqrt{\frac{C^2}{M^2}} = \frac{A \cdot B \cdot C}{H} = \frac{Дж}{H} = M$$

Вычисляем

$$R = \frac{\sin 30^\circ}{1.3 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{2 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 6000}{1.6 \cdot 10^{-19}}} = 0.01 \text{ м}$$

$$h = \frac{2\pi \cos 30^\circ}{1.3 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{2 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 6000}{1.6 \cdot 10^{-19}}} = 0.109 \text{ м}$$

Ответ: $R = 0.01 \text{ м}$, $h = 0.109 \text{ м}$.