

Задание

Задан статистический закон распределения случайного признака X .

Требуется:

- 1) построить полигон и гистограмму плотности относительных частот;
- 2) найти среднее выборочное $\bar{x}$;
- 3) найти выборочную дисперсию D_s ;
- 4) найти "исправленную" выборочную дисперсию S^2 ;
- 5) найти "исправленное" среднее квадратическое отклонение S ;
- 6) найти доверительный интервал $(\bar{x} - \delta; \bar{x} + \delta)$ для математического ожидания $M(X)$ с доверительной вероятностью $\gamma = 0.95$;

$[-3, 0]$	2
$[0, 3]$	4
$[3, 6]$	8
$[6, 9]$	11
$[9, 12]$	13
$[12, 15]$	15
$[15, 18]$	14
$[18, 21]$	12
$[21, 24]$	8
$[24, 27]$	3

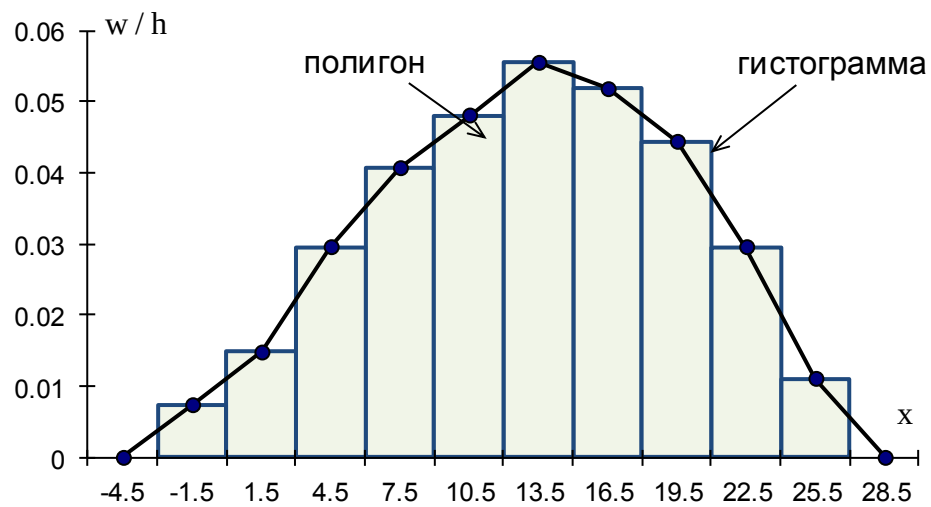
Решение.

По исходным данным интервального вариационного ряда находим относительные частоты и плотности относительных частот для каждого интервала

Номер интервала	Границы интервала	Середина интервала	Частота	Относительная частота	Плотность относит. частот
		x_i	m_i	$w_i = m_i/n$	w_i/h
1	-3 – 0	-1.5	2	0.022	0.07
2	0 – 3	1.5	4	0.044	0.015
3	3 – 6	4.5	8	0.089	0.03
4	6 – 9	7.5	11	0.122	0.041
5	9 – 12	10.5	13	0.144	0.048
6	12 – 15	13.5	15	0.167	0.056
7	15 – 18	16.5	14	0.156	0.052
8	18 – 21	19.5	12	0.133	0.044
9	21 – 24	22.5	8	0.089	0.03
10	24 – 27	25.5	3	0.033	0.011

Сумма: 90 1.0

По вычисленным значениям строим гистограмму и полигон для случайной величины X



Для вычисления среднего значения и других характеристик случайной величины составим таблицу вспомогательных вычислений

x_i	m_i	$x_i m_i$	$x_i^2 m_i$
-1.5	2	-3	4.5
1.5	4	6	9
4.5	8	36	162
7.5	11	82.5	618.7
10.5	13	136.5	1433.3
13.5	15	202.5	2733.8
16.5	14	231	3811.5
19.5	12	234	4563
22.5	8	180	4050
25.5	3	76.5	1950.8
Сумма:	90	1182	19336.5

По интервальному ряду определяем среднее выборочное значение случайной величины

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i m_i = \frac{1182}{90} = 13.13$$

где x_i - середины интервалов, $n = \sum m_i$ - количество наблюдений.

Выборочная дисперсия D_s

$$D_s = \frac{1}{n} \sum x_i^2 m_i - \bar{x}^2 = \frac{19336.5}{90} - 13.13^2 = 42.37$$

"Исправленная" выборочная дисперсия S^2

$$S^2 = \frac{n}{n-1} D_s = \frac{90}{89} \cdot 42.37 = 42.8$$

"Исправленное" среднее квадратическое отклонение $\bar{S}$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{42.8} = 6.5$$

Величина доверительного интервала для математического ожидания определяется точностью оценки

$$\delta = \frac{t_{n,\gamma} S}{\sqrt{n}}$$

По таблице t – распределения Стьюдента для объема выборки $n = 90$ и доверительной вероятности $\gamma = 0.95$ находим

$$t_{n,\gamma} = t_{90,0.95} = 1.987$$

Вычисляем

$$\delta = \frac{1.987 \cdot 6.5}{\sqrt{90}} = 1.4$$

Тогда величина интервала

$$(\bar{x} - \delta; \bar{x} + \delta) \quad \Rightarrow \quad (13.13 - 1.4; 13.13 + 1.4) \quad \Rightarrow \quad (11.73; 14.53).$$